

1. Gramatyki i języki – odpowiedzi do zadań

1.1. Język nad alfabetem $\{a, b\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów zawierających co najmniej dwie litery a .

1.2. Język nad alfabetem $\{a, b\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów, które zawierają dwie kolejne litery a .

1.3. Język nad alfabetem $\{a, b\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów, w których przedostatnim symbolem jest litera a .

1.4. Język nad alfabetem $\{a, b\}$ zawierający słowa, które rozpoczynają się i kończą literą a ; między tymi literami znajduje się dowolnej długości ciąg liter a i b , taki że każde dwie litery b są oddzielone co najmniej jedną literą a .

1.5. Język nad alfabetem $\{a, b\}$ zawierający niepuste słowa rozpoczynające się literą a oraz kończące się literą b , lub bardziej formalnie:

$$\{a^{n_1}b^{m_1}a^{n_2}b^{m_2}\dots a^{n_k}b^{m_k} \mid k \geq 1, (n_i \geq 1 \wedge m_i \geq 1) \text{ dla } 1 \leq i \leq k\}$$

1.6. $\{a^n b^{n+m} a^{m+k} b^k \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1\}$

1.7. $\{a^n b^m a^m b^n a^k b^k \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1\}$

1.8. $\{a^{n+1} b^m a b c^{2m} b a^n \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

1.9. $\{a^n b^m a^k b^k a^m b^n \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1\}$

1.10. $\{a^{2n} b a^m b a b^{2m} a b^n \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

1.11. $L(G) = \{a^n b^n c^k \mid n, k \geq 0\} \cup \{a^k b^n c^n \mid n, k \geq 0\}$

Gramatyka nie jest jednoznaczna, wieloznacznymi słowami są:

$$\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} = (\{a^n b^n c^k \mid n, k \geq 0\} \cap \{a^k b^n c^n \mid n, k \geq 0\}) \subseteq L(G)$$

1.12. $L(G) = \{a^n b^n c^k d^k \mid n, k \geq 0\} \cup \{a^k b^n c^n d^k \mid n, k \geq 0\}$

Gramatyka nie jest jednoznaczna, wieloznacznymi słowami są:

$$\{a^n b^n c^n d^n \mid n \geq 0\} = (\{a^n b^n c^k d^k \mid n, k \geq 0\} \cap \{a^k b^n c^n d^k \mid n, k \geq 0\}) \subseteq L(G)$$

1.14. $\{b a^n c b^{n+1} \mid n \geq 1\}$

1.15. $\{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0, n \geq m\}$

1.16. $\{x \in \{a, b\}^+ \mid \text{liczba symboli } a \text{ w słowie } x \text{ jest równa liczbie symboli } b \text{ w } x\}$

1.17. $\{x \in \{aa, bb\}^+ \mid \text{słowo } x \text{ rozpoczyna się sekwencją } aa \text{ oraz kończy sekwencją } bb\}$

1.18. $\{wv \in \{a, b\}^* \mid w = w_1 w_2 \dots w_n, v = v_1 v_2 \dots v_n, n \geq 0,$
jeśli $w_i = a$ to $v_{n-i+1} = b$, jeśli $w_i = b$ to $v_{n-i+1} = a\}$

1.19. $\{wv \in \{a, b\}^+ \mid |w| = |v| \geq 1, w = v^R\}$

- 1.20. $\{ x \mid x \in \{ab,ba\}^+ \}$
- 1.21. $\{ a^m b^m a^n \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$
- 1.22. $\{a,b\}^*$
- 1.23. $\{ a^n b^m c^{n+m} \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$
- 1.24. $\{ ab, bbc, ccca, aaaab, bbbbbc, ccccca, aaaaaaab, \dots \}$
- 1.25. $\{ a, ab, abc, abca, abcab, abcabc, abcabca, \dots \}$
- 1.26. Język nad alfabetem $\{a,b\}$ zawierający słowa, które rozpoczynają się i kończą literą a ; między tymi literami znajduje się dowolny ciąg liter a i b , taki że każde dwie litery b są oddzielone co najmniej jedną literą a
- 1.27. $\{ abb, abbaab, abbaababb, abbaababbaab, \dots \}$
- 1.28. $\{ x \in \{a,b\}^+ \mid \text{liczba symboli } a \text{ w słowie } x \text{ jest równa liczbie symboli } b \text{ w słowie } x, \text{ każdy przedrostek słowa } x \text{ zawiera nie więcej symboli } b \text{ niż symboli } a \}$
- 1.29. $\{ a, b, ab, ba, aba, bab, abab, baba, ababa, babab, \dots \}$
- 1.30. Język nad alfabetem $\{(,)\}$, którego słowa są ciągami prawidłowo zagłębionych nawiasów, np.: $(, (()), ()(), ()(()) , ((()))(), \text{ itd.}$
- 1.31. Język nad alfabetem $\{(,), [,]\}$, którego słowa są ciągami prawidłowo zagłębionych nawiasów okrągłych i kwadratowych, przy czym nie jest możliwe zagłębienie nawiasów kwadratowych wewnątrz nawiasów okrągłych, np.: $(, [, (()), [(())], [[()()]], [()[(())]], ((()))[], [[][]], \text{ itd.}$
- 1.32. Tzw. język Dycka dla $k=3$, czyli język nad alfabetem $\Sigma = \{(1,)_1, (2,)_2, (3,)_3\}$, którego słowa są ciągami prawidłowo zagłębionych nawiasów trzech rodzajów, np.: $(1)_1, (2(1)_1)_2, (1)_1(2)_2, (3)_3(1(2)_2(3)_3)_1, (1(3)_3(2(1)_1)_2)_1(2)_2, \text{ itd.}$
- 1.33. $\{a,b\}^*$
- 1.34. $\{ a^n b c^m b a c^m b a^n \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$
- 1.35. $\{ a^n b c b c^{m+1} b^n \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$
- 1.36. $\{ ab^n a^n b c^m b^m c \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$
- 1.37.
- (a) $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \text{każda sekwencja tych samych liter jest nie krótsza niż } 3 \}$
- (b) $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \text{każda sekwencja tych samych liter jest nie dłuższa niż } 2 \}$
- 1.38.
- (a) $L_1 = \{a^n b^m c^k \mid n \geq 0, m \geq 1, k \geq 0\}$

$$(b) L_2 = \{a^n b^m c^k \mid n \geq 1, m \geq 0, k \geq 1\}$$

$$(c) L_3 = L_1 \cup L_2 = \{a^n b^m c^k \mid n+m \geq 1, m+k \geq 1\}$$

1.39. Język niepustych słów nad alfabetem $\{a,b\}$ zawierających dwa razy więcej liter a niż b .

1.40. Język niepustych słów nad alfabetem $\{a,b\}$ zawierających tę samą liczbę liter a i b .

1.41. Język wszystkich słów nad alfabetem $\{a,b\}$ niebędących palindromami.

1.42. Język wszystkich słów nad alfabetem $\{a,b\}$ nie mających postaci $a^n b^n$ dla $n \geq 0$.

1.43. Język wszystkich słów nad alfabetem $\{a,b\}$ niebędących palindromami.

1.44. Język nad alfabetem $\{(,)\}$, którego słowa nie są ciągami prawidłowo zagłębionych nawiasów

1.45.

$$L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 1, (n \geq 2m \vee k \geq 2m)\}$$

1.46.

$$L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 1, (n \leq 2m \vee k \leq 2m)\}$$

1.47.

$$L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0, |n-m| \neq 1\}$$

1.48.

$$L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, (n \neq m \vee n \neq 2m)\}$$

1.49.

$$L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0, (m \neq n \vee m \neq k)\}$$

1.50.

$$L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0, (n \neq m \wedge n \neq m+1)\}$$

1.51.

$$L = \{0^n 1w \mid w \in \{0,1\}^*, n \geq 0\}$$

1.52.

$$L = \{a^i b^j c^k d^m \mid i, j, k, m \geq 0, i+j = k+m\}$$

1.53.

$$L = \{a,b\}^* - \{ww \mid w \in \{a,b\}^+\}$$