

## 4. Własności i przekształcenia języków – odpowiedzi

- 4.1. tak; tak (język nie posiada słów)
- 4.2. tak; tak (słowo języka nie posiada przedrostków właściwych i przyrostków właściwych)
- 4.3. nie; nie (por. słowo: *abab*, przedrostek właściwy *ab*, przyrostek właściwy *ab*)
- 4.4. nie; nie (por. słowo: *aabb*, przedrostek właściwy *aa*, przyrostek właściwy *bb*)
- 4.5. nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$ ; nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$
- 4.6. nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$ ; nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$
- 4.7. nie; nie (por. słowo *0000122*, przedrostek właściwy *000012*, przyrostek właściwy *000122*)
- 4.8. nie; nie (por. słowo *0012222*, przedrostek właściwy *001222*, przyrostek właściwy *012222*)
- 4.9. nie; nie (por. słowo: *aabbaab*, przedrostek właściwy *aab*, przyrostek właściwy *aab*)
- 4.10. nie; nie (por. słowo: *aabbaab*, przedrostek właściwy *aab*, przyrostek właściwy *aab*)
- 4.11. nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$ ; nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$
- 4.12. nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$ ; nie – z wyjątkiem  $L = \emptyset$  oraz  $L = \{\varepsilon\}$
- 4.13. tak (każdy przedrostek właściwy ma zbyt mało symboli 2); nie (por. słowo *00001122*, przyrostek właściwy *0001122*)
- 4.14. tak (każdy przedrostek właściwy ma zbyt mało symboli 2); nie (por. słowo *00111222*, przyrostek właściwy *0111222*)
- 4.15.  $\{aa, ab, ba, bb\}^*$
- 4.16.  $\{\varepsilon, 02, 4, 042\} \cup \{00, 1\}\{\varepsilon, 4\}\{22, 3\} \cup \{000, 01, 10\}\{222, 32, 23\}$
- 4.17.  $(\{2, 01\}\{2, 01\} \cup \{0041\}) \{3, 40\}\{2, 01\}$
- 4.18.  $\{0133, 0023, 000333\}^*$
- 4.19.  
Forma zdaniowa, która jest wyprowadzalna lewostronnie, a nie jest wyprowadzalna prawostronnie.  
Frazy proste: a (osnowa), AB  
Pozostałe frazy: ba, baa, ABb, baaABb
- 4.20.

Forma zdaniowa, która jest wyprowadzalna prawostronnie, a nie jest wyprowadzalna lewostronnie..

Frazy proste: Sb (osnowa), a

Pozostałe frazy: bSb, bSba, bSbab, AbSbab

#### **4.21.**

Forma zdaniowa, która nie jest wyprowadzalna ani lewostronnie, ani prawostronnie.

Frazy proste: bB (osnowa), a

Pozostałe frazy: bBB, bBBb, bbBBb, bbBBba

#### **4.22.**

Forma zdaniowa, która jest wyprowadzalna lewostronnie, a nie jest wyprowadzalna prawostronnie.

Frazy proste: AB (osnowa)

Pozostałe frazy: ABb, bABb, bABba, bABbaB

#### **4.23.**

Forma zdaniowa, która jest wyprowadzalna prawostronnie, a nie jest wyprowadzalna lewostronnie.

Frazy proste: a (osnowa), a

Pozostałe frazy: Aa, Aab, bAab, bAaba, bAabaa

#### **4.24.**

Forma zdaniowa, która jest wyprowadzalna prawostronnie, a nie jest wyprowadzalna lewostronnie.

Frazy proste: a (osnowa)

Pozostałe frazy: Aa, Aab, AAab, AAabb, AAAabb

#### **4.25.**

Forma zdaniowa, która jest wyprowadzalna prawostronnie, a nie jest wyprowadzalna lewostronnie.

Frazy proste: Aa (osnowa), a

Pozostałe frazy: Aaa, Aaaa, Aaaaa, Aaaaaa, Aaaaaaa

#### **4.26.**

Forma zdaniowa, która nie jest wyprowadzalna ani prawostronnie, ani lewostronnie.

Frazy proste: Aa (osnowa), a

Pozostałe frazy: Aaa, Aa, Aab, AaaAab

#### **4.27.**

Forma zdaniowa, która nie jest wyprowadzalna ani prawostronnie, ani lewostronnie.

Frazy proste: AB (osnowa), AB

Pozostałe frazy: ABb, bABb, ABb, bABbABb

#### **4.28.**

Forma zdaniowa, która nie jest wyprowadzalna ani prawostronnie, ani lewostronnie.

Frazy proste: Sb (osnowa), Sb

Pozostałe frazy: ASb, ASbb, bSb, bSbASbb

#### **4.29.**

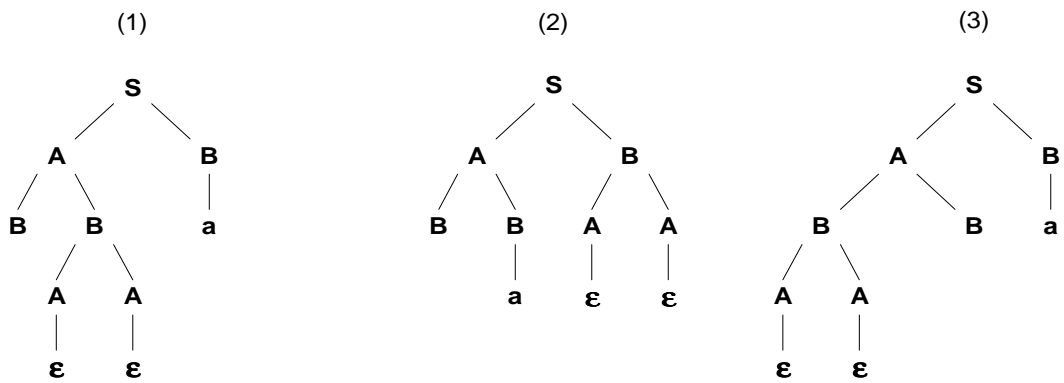
Fałszywe: Niech  $\varepsilon \in L$ , wówczas  $L^+ = L^*$ ; czyli  $L^+ \neq L^* - \{\varepsilon\}$ .

**4.30.**

- (a) Nie;  $\varepsilon$  zawsze należy do  $L^*$ .
- (b) Tak; dla  $L = \emptyset$ .
- (c) Tylko wówczas, gdy  $L = \emptyset$  lub  $L = \{\varepsilon\}$ .

**4.31.**

Łańcuch  $Ba$  jest formą zdaniową tej gramatyki. Ponieważ gramatyka jest niejednoznaczna, próbujemy znaleźć różne drzewa rozbioru dla tego łańcucha. Poniższy rysunek pokazuje trzy takie drzewa. Czytelnik zechce znaleźć więcej drzew rozbioru dla przedmiotowego łańcucha i zbadać, czy prawdą jest stwierdzenie, że drzew tych jest nieskończenie wiele. Pytania zadane w zadaniu mają sens tylko wówczas, jeśli będziemy rozpatrywać daną formę zdaniową w powiązaniu z konkretnym drzewem rozbioru. Mamy więc dla poszczególnych drzew:



- (1) Forma zdaniowa  $B\varepsilon\varepsilon a$  jest wyprowadzalna prawostronnie, nie jest wyprowadzalna lewostronnie; frazy proste:  $\varepsilon$  (osnowa),  $\varepsilon$ ,  $a$ ; frazy pozostałe:  $\varepsilon\varepsilon$ ,  $B\varepsilon\varepsilon$ ,  $B\varepsilon\varepsilon a$ .
- (2) Forma zdaniowa  $Ba\varepsilon\varepsilon$  jest wyprowadzalna prawostronnie, nie jest wyprowadzalna lewostronnie; frazy proste:  $a$  (osnowa),  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$ ; frazy pozostałe:  $Ba$ ,  $\varepsilon\varepsilon$ ,  $Ba\varepsilon\varepsilon$ .
- (3) Forma zdaniowa  $\varepsilon\varepsilon Ba$  nie jest wyprowadzalna ani prawostronnie, ani lewostronnie; frazy proste:  $\varepsilon$  (osnowa),  $\varepsilon$ ,  $a$ ; frazy pozostałe:  $\varepsilon\varepsilon$ ,  $\varepsilon\varepsilon B$ ,  $\varepsilon\varepsilon Ba$ .

**4.32.**

$$\text{MIN}(L) = \{ 0^n 1^m 2 \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

$$\text{MAX}(L) = \{ 0^n 1^m 2^{n+m} \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

**4.33.**

$$\text{MIN}(L) = \{ 0^n 1^m 0^m 1^n \mid 0 \leq m < n \text{ lub } (n = 0 \text{ i } m \geq 1) \}$$

$$\text{MAX}(L) = \{ 0^n 1^m 0^m 1^n \mid n \geq 0, m > 0 \}$$

**4.34.**

$$\text{MIN}(L) = \{ 0^n 1^m 2 \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

$$\text{MAX}(L) = \{ 0^n 1^m 2^k \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1, k = \max(n, m) \}$$

**4.35.**

$$\text{MIN}(L) = \{ 0^n 1^m 2^k \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1, k = \min(n, m) \}$$

$$\text{MAX}(L) = \emptyset$$

**4.36.**

$$f(L_1) = \{ (ab)^n (ba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$$

$$f(L_2) = \{ (ab)^n (ba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$$

$$f(L_3) = \{ ab, ba \}^*$$

$$f(L_4) = \{ ab \}^*$$

**4.37.**

$$f(L_1) = \{ b^m a^n b^k \mid n \geq 0, m \geq 0, k \geq 0 \}$$

$$f(L_2) = \{ b^m a^n b^k \mid n \geq 0, m \geq 0, k \geq 0 \}$$

$$f(L_3) = \{ a, b \}^*$$

$$f(L_4) = \{ a^{n_1} b^{n_1} a^{n_2} b^{n_2} \dots a^{n_k} b^{n_k} \mid k \geq 0, n_i \geq 0 \text{ dla } 1 \leq i \leq k \}$$

**4.38.**

$$L_1/L_3 = \{ a^n b^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$$

$$L_2/L_4 = \{ a^m \mid m \geq 0 \}$$

**4.39.**

$$L_1/L_4 = \{ \varepsilon \}$$

$$L_2/L_3 = \{ a^m a^n b^n \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$$

**4.40.**

$$L_1/L_3 = \{ a, b \}^*$$

$$L_2/L_4 = \{ x \in \{a, b\}^* \mid \text{liczba liter } a \text{ w słowie } x \text{ jest równa liczbie liter } b \text{ w słowie } x \}$$

**4.41.**

$$L_1/L_4 = \{ a, b \}^*$$

$$L_2/L_3 = \{ x \in \{a, b\}^* \mid \text{liczba liter } a \text{ w słowie } x \text{ jest nie mniejsza niż liczba liter } b \text{ w słowie } x \}$$